

## Fórmulas y cálculos de las olas:

### Introducción.

Podemos calcular los parámetros de las olas con la aplicación Matlab 7.0 integrando funciones de la Directional wave Spectra toolbar (DISWASP) [3], el método.

Se obtienen los siguientes datos de resultados:

Hs = H1/3, entre 0.6 y 1.5 m. media = 1.1 m.

Dirección NE

Periodo Te, entre 8.43 y 20.05 sg. media = 12.5 sg.

Pot energética: entre 2.70 y 17 kw. media = 10.1kw.

Es decir, podemos cuantificar con bastante precisión el suministro de energía undimotriz con que podemos contar.

### Teoría lineal de la ola:

La ecuación de la ola en un eje x,y, responde a:

$$Y = a. \text{sen}(wt - i) = a. \text{sen}(2\pi/T - 2\pi x/L)$$

Número de onda:  $k = 2\pi/L$

Frecuencia angular:  $w = 2\pi/T$

Celeridad, velocidad de fase o de avance de la ola:

$c = L/T = w/k$ , deducida de:

$$L/T = L/(2\pi/w) = w/(2\pi/L) = w/k, \text{ cqd,,}$$

### Velocidad de fase, celeridad o velocidad de avance de la ola

En un campo de olas, la frecuencia angular de ellas tiende a dispersarse en esa superficie como recoge la expresión de la Relación de dispersión, según:

$W^2 = g.k.\tanh(kd)$ , y también sabemos:

$W = 2\pi/T$  y que  $w = c.k$ , de donde:

$(2\pi/T).c.k = g.k.\tanh(kd)$ , es decir:

$$c = (gT/2\pi).\tanh(kd)$$

Es la formula general de la velocidad de fase de la ola o celeridad (velocidad de avance). En ella vemos que la celeridad es función de la profundidad y del periodo, pero no de su altura.

### Aproximación para aguas profundas:

$d > l/2$ ,  $k.d = (2\pi/L).d > \pi$ , luego  $\tanh(kd) = 1$ , obteniendo:

$$c = gT/2\pi$$

Son ondas dispersivas, las más rápidas y en función del periodo T. A mayor longitud de onda, mayor rapidez en el desplazamiento de la ola.

Aproximación para aguas poco profundas (someras):

$$d < l/20 \quad d/l < 1/20 \quad k.d = (2\pi/l).d < \pi/10, \text{ luego } \tanh(kd) = kd, \text{ obteniendo.}$$

$$C = (gT/2\pi).(kd), \text{ sabemos que } c = l/T \text{ de donde:}$$

$$c.c = (gT/2\pi).k.d.l/T, \text{ quedando:}$$

$$c^2 = g.d, \text{ es decir:}$$

$$c = \sqrt{g.d}$$

Son ondas no dispersivas en función únicamente de la profundidad. Por ejemplo, si estamos nadando en una playa en una profundidad de 3 m. y nos pasa una ola, su velocidad aproximada será de  $\sqrt{9,8.4} = 6, \dots$  m/s

Velocidad de grupo:

$$V_{\text{grupo}} = dw/dk = 1/2 V_{\text{fase}}$$

Para olas profundas:

$$C_g = g/2.w = c/2$$

Para olas someras o poco profundas:

La velocidad de fase es independiente de la ola y depende solo de la profundidad del mar. Son olas No dispersivas.

$$C_g = \sqrt{g.d}$$

Altura significativa de la ola

Es la altura promedio del tercio de las olas más altas observadas en un periodo de tiempo.

Es la que aproximadamente mediría un observador desde una embarcación, puesto que las olas pequeñas quedan ocultas por las grandes.

Para calcularla anotamos las alturas de unas olas durante un tiempo. Las ordenamos decrecientemente. De todas esas olas cogemos la tercera parte con la condición de que sean las más altas.

Ejemplo:

Durante 20 minutos, apuntamos: 1.5, 1.6, 1.7, 2.1, 1.7, 1.2

Las ordenamos: 2.1, 1.7, 1.7, 1.6, 1.5, 1.2

Cogemos de todas las medidas la tercera parte y que sean las mas altas. Es decir, tomaríamos 2.1 y 7.1. Ahora calculamos el promedio que será:  $(2.1 + 1.7) / 2 = 1.9$  m.

Luego la altura significativa de esa muestra de olas será de 9 m.

Solo con el dato de altura significativa, podría saber:

La mayoría de las olas, (media y moda) tendrán una altura de  $H_m = H_s \times 0,64$

El 10% de las olas más altas  $H_{10} = H_s \times 1,27$

El 1% de las olas más altas  $H_1 = H_s \times 1,67$

El valor más alto,  $H_{max} = H_s \times 2$

### **Ejemplo:**

Si me pasan por metereología que  $H_s = 2$  m.

Sabré:  $H_{10} = 2.5$  m.

$H_1 = 3.3$  m.

$H_{max} = 4$  m., con muy baja probabilidad de que se dé.

### **Energía de la ola:**

$E_p = m g a$ ;  $E_p/s = V.d.g.a/s = s.(a/2). d.g.a = d.g.(a^2/2)$ ,

Pero la amplitud de la ola es  $a = h/2$ , luego

$E_p/s = d.g.h^2/8$

La  $E_c$  y  $E_p$  de la ola son iguales, por lo que la  $E_{total}$  será:

$E_t = E_c + E_p = 2 E_p = d.g.H^2/4$ , siendo la altura significativa  $H_s = h/2$ , tendremos:

**$E_t/s = (d.g. H_s^2) / 16$ , Densidad de energía total de la ola (por unidad de superficie)**

$(E_t/s). v = E_t/l.l . l/t = E_t/t.l = Pot/l$ ,

Para olas profundas  $c = g.T/2\pi$ , y la velocidad de grupo es  $c_g = 2c$ , luego:

$Pot/l = d.g. H_s^2/16. (1/2). (gT/2\pi) = (1/64\pi). d. g^2.Te. H_s^2 = 0,49.Te. H_s^2$  (kw/m)

**$Pot/l = 0,49.Te. H_s^2$ , Potencia de la ola por unidad de frente de ola.**

La tasa con que se transporta la energía de la ola de llama la potencia de la ola.

### **Introducción de g en las fórmulas.**

Por el péndulo,  $m.at + m.g.sen f = 0$  y ( $at = aa.l$ ) luego:

$m.aa.l + m.g.sen f = 0$ , se van las m:

$aa.l + g.sen f = 0$ ,

pero:

$$f = A \cdot \sin(\omega t + f)$$

$$w = dx/dt = A \omega \cdot \cos(\omega t + f)$$

$$a = dw/dt = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t + f) = -\omega^2 \cdot f,$$

de donde:

$$-\omega^2 \cdot f \cdot l + g \cdot \sin f = 0, \text{ si ángulos pequeños, } \sin f \approx f, \text{ luego:}$$

$$-\omega^2 \cdot f \cdot l + g \cdot f = 0, \text{ se van los ángulos } f, \text{ y nos queda:}$$

$$\omega^2 \cdot l = g; \omega = \sqrt{g/l}; w = \sqrt{g/l}$$

### **Cálculo de energía olas en regata Barcelona World Race (año 2014)**

La densidad de energía por unidad de área horizontal que puede proporcionar una ola es:

$$E/S = \rho \cdot g \cdot H^2 \cdot 1/16, (\rho = 1020 \text{ Kg/m}^3; g = 9.8 \text{ m/sg}^2; H = 4.3 \text{ m./regata}). \text{ Así:}$$

$$E/S = 1025 \text{ Kg/m}^3 \cdot 9.8 \text{ m/sg}^2 \cdot 4.3^2 \cdot 1/16 = 11551.63 \text{ Julios/m}^2$$

En 1h. de regata, consideramos 360 olas, una cada 10 sg.

#### **Tabla.**

Ángulo de $w$ ( $^\circ$ )	40-60	60-90	90-110	110-140	140-160
Sup horizontal (m <sup>2</sup> )	18	30	39	45	54
Energía/ola (Kj)	208	347	451	520	624
Potencia/ola (Mwh)	75	125	162	187	225
Distribución (%)	10	15	20	30	25

Pot media durante la regata:

$$75 \cdot 10/100 + 125 \cdot 15/100 + 162 \cdot 20/100 + 187 \cdot 30/100 + 225 \cdot 25/100 = 117 \text{ Mwh.}$$

Pot media por olas = 117 Mwh (10exp3 kilowatios.)